NAGY ATTILA

Lépcsős látens változós CreditRisk+ modell

A CreditRisk+ alapú modellek zárt alakját biztosító egyik feltételezése a default-intenzitásokat vezérlő faktorok gamma-eloszlása. Azonban ez a megszorítás jelentős mértékben leszűkíti a faktorok megfelelő pontossággal reprodukálható empirikus korrelációs mátrixának körét. Giese [2003] modelljében a faktorok korrelációját az eloszlások alakparamétereinek egy látens változótól való függése biztosítja, ami a megfigyelt, tipikusan heterogén, pozitív elemekből álló kovarianciamátrixának egy, a diagonálison kívül azonos elemeket tartalmazó mátrixszal való közelítését teszi lehetővé. A modell itt bemutatott lépcsős vektorváltozós általánosítása rugalmasabb struktúrát eredményez, amivel az empirikus kovarianciamátrix pontosabban reprodukálható, csökkentve a modellfeltételezéseknek a veszteségeloszlásra gyakorolt, torzító hatását. Az alacsony illesztési hiba eredményeként kiküszöbölhető a kockázati mértékek allokációjának kötöttebb modellek esetében tapasztalható inkonzisztenciája is.

BEVEZETÉS

Publikálását követően a CreditRisk+-t számos kritika érte a modellezhető default-korrelációk korlátozottsága miatt. A versenytárs termékekhez viszonyított, alacsonyabb korrelációk, illetve vékonyabb farkú veszteségeloszlás egyik oka a defaultok intenzitását vezérlő, gamma-eloszlású faktorok függetlenségének feltételezése. A modell első, ezt a kikötést feloldó – valójában megkerülő – továbbfejlesztésében *Bürgisser* et al. [1999] a többváltozós faktorstruktúrát egyetlen faktorral helyettesíti. Azonban ez az 1 faktoros megközelítés – mind a veszteségeloszlás kvantiliseit, mind az allokált kockázatokat tekintetve – ellentmondásos eredményekre vezethet (pl. a standard modellnél alacsonyabb kvantilisek). *Giese* [2003] compound gamma modelljében a faktorokat feltételesen független változókkal modellezi, amelyek korrelációját az alakparaméterek egy látens változótól való függése biztosítja. Ebben a keretrendszerben, szemben az 1 faktoros modellel a default korrelációkban a faktorok varianciái mellett explicit formában megjelennek faktorok kovarianciái is. Ugyanakkor, a konstrukcióból adódóan, egyetlen látens változóval csak azonos faktorkovarianciák állíthatók elő, ami heterogén empirikus kovarianciamátrixok esetén magas illesztési hibához vezet. A modell általánosításában minden faktort egy újabb látens változó bevonásával írunk fel (innen a lépcsős modell elnevezés), ami rugalmasabban paraméterezhető kovarianciastruktúrát eredményez.

A Standard CreditRisk+ modell felvázolása után, a cikk második fejezetében fejtjük ki a lépcsős modellt (valószínűségi generátorfüggvény, kockázati mértékek allokációja, paraméterezés), a harmadik pedig egy tesztportfólión végzett számítások eredményeit tartalmazza.

1. Standard CreditRisk+

Az N elemű portfólió kvantált expozícióit v_i-vel (i=1…N), a várható veszteségek konzerválását biztosító default valószínűségeket p_i-vel jelölve, a portfóliószintű veszteséget az alábbiak szerint definiáljuk:

$Y=\sum v_i D_i$,ahol $D_i \sim \text{Poisson}(p_i(\underline{S}))$ az i expozíció default indikátorának közelítése,

$\underline{S}=(S_1,\ldots,S_K)$ (K<<N) a default intenzitásokat vezérlő független, gammaeloszlású komponenseket tartalmazó vektorváltozó.

$$S_k \sim \text{Gamma}(\alpha_k, \beta_k)\ ,\ \ E[S_k]=1,\ \ F_{\underline{S}}(s_1,\ldots,s_K)=\prod_{k=1}^{K} F_{S_k}(s_k).$$

A feltételesen független default (szám)ok eloszlásainak paramétereit a faktorok alábbi függvényeként írjuk fel:

$$p_i(\underline{S})=p_i\sum_k w_{ik}S_k\ \ ,\ (w_{ik}\geq 0,\ \ \textstyle\sum_k w_{ik}=1)\,.$$

Bevezetve az expozícióspecifikus kockázatokat reprezentáló ($S_0\equiv 1$) faktort, a default változók $\underline{S}$-re vonatkozó feltételes függetlensége mellett a veszteség valószínűségi generátorfüggvénye a következő alakban írható fel (l. Credit Suisse First Boston [1997]):

$$G_Y(z)=\exp\left(-Q_0(1)+Q_0(z)-\sum_{k=1}^{K}\alpha_k \ln\left(1+\beta_k\left(Q_k(1)-Q_k(z)\right)\right)\right)\ ,$$

ahol

$$Q_k(z)=\sum_i p_i w_{ik} z^{v_i}\ ,\ (k=0..M).$$

2. Lépcsős CreditRisk+

A Standard CreditRisk+-ban a defaultok korrelációját az expozíciók default-intenzitásait vezérlő, közös faktorok eredményezik. Giese modelljében a faktorok függőségét ehhez hasonló módon, egy közös, egységnyi várható értékű, mögöttes változó biztosítja, de az egyetlen szabad paraméter meglehetősen rugalmatlan struktúrát eredményez. A lépcsős modellben a faktorok alakparamétereit egy K dimenziós látens vektorváltozó függvényeként írjuk fel úgy, hogy a k-adik faktor alakparamétere a vektorváltozó első k komponensétől függ.

2.1. Modellspecifikáció

(A1) Legyen $\underline{T}=(T_1,\ldots,T_K)$ a faktorok alakparamétereit vezérlő látens vektorváltozó független, egységnyi várható értékű gammaeloszlású komponensekkel.

$$T_r\sim\Gamma(\gamma_r,\delta_r)\,,\quad \gamma_r\delta_r=1\ \ (r=1..K)\,,\quad F_{\underline{T}}(t_1,\ldots,t_K)=\prod_{r=1}^{K}F_{T_r}(t_r),$$

Az r-ik változó szórását σ_r -rel jelölve, adódik: és $\delta_r=\sigma_r^2$ és $\gamma_r=1/\sigma_r^2$

(A2) Az S_k (k=1..K) faktorok hasonlóan a Standard CreditRisk$^+$-hoz egységnyi várható értékű, feltételesen független, gammaeloszlású változók, az alábbiak szerint meghatározott alakparaméterrel:

$$S_k \mid \underline{T} \sim \Gamma(\alpha_k(\underline{T}), \beta_k), \quad \text{ahol } \alpha_k(\underline{T}) := \sum_{r=1}^{k} a_{kr} T_r\ , \ (a_{kr} \geq 0,\ k=1..K,\ r=1..k)\ .$$

Az egységi várható érték $\beta_k := 1 \big/ \sum_{r=1}^{k} a_{kr}$, $\left(\sum_{r=1}^{k} a_{kr} > 0\right)$ előírással biztosítható.

(A3) A defaultok feltételesen független Poisson eloszlású változók, $\underline{S}$-től függő paraméterekkel.

$$D_i \mid \underline{S} \sim \text{Poisson}(p_i(\underline{S}))\ , \text{ ahol } p_i(\underline{S}) = p_i \sum_k w_{ik} S_k\ , \ (w_{ik} \geq 0,\ \sum_k w_{ik} = 1,\ i \in [1,N]).$$

Felhasználva a faktorok és a defaultok feltételes függetlenségét, a veszteségi valószínűséggenerátor függvénye az alábbi várható értékként számítható:

$$G_Y(z) = E\left[G_{Y|\underline{T}}(z)\right] =$$

$$= E_{\underline{T}}\left[\exp\left(-Q_0(1) + Q_0(z) - \sum_{\substack{k,r=1 \\ r\leq k}}^{K} a_{kr} T_r \ln\left(1 + \beta_k Q_k(1) - \beta_k Q_k(z)\right)\right)\right]$$

$$= \int_0^\infty \ldots \int_0^\infty \exp\left(-Q_0(1) + Q_0(z) - \sum_{\substack{k,r=1 \\ r\leq k}}^{K} a_{kr} t_r \ln\left(1 + \beta_k Q_k(1) - \beta_k Q_k(z)\right)\right)$$

$$f_{T_1}(t_1) \ldots f_{T_K}(t_K) dt_1 \ldots dt_K$$

$$= \exp\left(-Q_0(1) + Q_0(z) - \right.$$

$$\left. - \sum_{r=1}^{K} \frac{1}{\sigma_r^2} \ln\left(1 + \sigma_r^2 \sum_{k=1}^{K} a_{kr} \ln\left(1 + \beta_k Q_k(1) - \beta_k Q_k(z)\right)\right)\right),$$

ahol f_{T_r} a T_r változó sűrűségfüggvénye.

Ha a látens vektorváltozó egykomponensű, visszakapjuk Giese modelljének generátorfüggvényét.

Az eloszlás a hatványsorok logaritmusának és exponenciálisának hatványsorba fejtésével, valamint a polinomok összeadási és skalárral szorzási műveleteivel számítható (l. Giese [2003]).

2.2. Modellezhető korrelációk

A faktorok fenti keretrendszerben modellezhető függőségi struktúrája a felhasznált többváltozós gamma-eloszlásból adódó variancia-kovariancia mátrixszal jellemezhető.

$$D^2(S_k) = D^2\left[E\left[S_k \mid \underline{T}\right]\right] + E\left[D^2\left[S_k \mid \underline{T}\right]\right] = \beta_k + \beta_k^2 \sum_{r=1}^{k} a_{kr}^2\,\sigma_r^2 \qquad (k=1..K)$$

$$\mathrm{Cov}(S_m, S_n) = E\left[\mathrm{Cov}\left[S_m, S_n \mid \underline{T}\right]\right] + \mathrm{Cov}\left[E\left[S_m \mid \underline{T}\right], E\left[S_n \mid \underline{T}\right]\right] =$$

$$= \beta_m \beta_n \sum_{r=1}^{\min(m,n)} a_{mr} a_{nr} \sigma_r^2 \qquad (m \neq n).$$

A konstrukció rugalmassága szembetűnő a páronkénti default korrelációk alábbi, empirikus varianciákkal és kovarianciákkal ($\hat{\sigma}_k$, $\mathrm{Cov}(S_k, S_m)$ k,m=1..K, $k \neq m$) felírt alakját tekintve.

$$\mathrm{Corr}(D_i, D_j) = \frac{\sqrt{p_i p_j}}{\sqrt{(1-p_i)(1-p_j)}} \left(\sum_{k=1}^{K} w_{ik} w_{jk} \hat{\sigma}_k^2 + \sum_{\substack{m,n=1 \\ m \neq n}}^{K} w_{im} w_{jn} \mathrm{Cov}(S_m, S_n) \right).$$

Látható, hogy a faktorvarianciák illesztése önmagában nem elegendő a default korrelációk pontos modellezéséhez. A Bürgisser-féle 1 faktoros modellben (K=1) a diagonálison kívüli elemeket összegző tag eltűnik, míg Giese modelljében elmosódik az empirikus kovarianciák különbözősége, mivel az egykomponensű látens vektorváltozó azonos kovarianciákat eredményez (az empirikus kovarianciákat ugyanazzal az értékkel helyettesíti).[1] Ezzel szemben a lépcsős modellben a kovarianciák számával megegyező számú paraméter áll rendelkezésre az empirikus értékek reprodukálásához.

2.3. Kockázatallokáció

Egy portfóliómodell mindennapos kockázatkezelési gyakorlatban való alkalmazásának feltétele a kockázati mértékek allokációjának gyors kiszámíthatósága. A $q \in (0,1)$ konfidenciaszintű VaR_q expozíciószintű allokációja az alábbi feltételes várható értékként definiálható (*Kurt* és *Tasche* [2002]):

1 A modellben használt kovariancia értéke természetesen az empirikus varianciák mellett a kovarianciáktól is függ, mivel a paraméterezés az empirikus kovarianciamátrix közelítésével történik (l. GIESE [2004]). Az 1 faktoros modellben pedig a faktor varianciája a portfóliónak az empirikus variancia-kovariancia mátrixszal számolt varianciájától függ (l. BÜRGISSER et. al [1999]).

$$\rho_i(\mathrm{VaR}_q) = v_i\, E\left[D_i \middle| Y = \mathrm{VaR}_q\right] = v_i \frac{E\left[D_i 1\{\mathrm{VaR} = q\}\right]}{P(Y = \mathrm{VaR}_q)}.$$

Bevezetve a $P(\underline{z})=(P_1(z_1),\ldots,P_K(z_K))$, $P_k(z)=Q_k(z)-Q_k(1)$ jelölést, továbbá felhasználva, hogy a fenti generátor függvény reprezentálható az $\underline{S}$ vektorváltozó $M_{\underline{S}}(\underline{u})$, $\underline{u}=P(\underline{z})$) momentum generátorfüggvényével, a számlálóban szereplő várható érték a következő alakba írható (l. Giese [2003]):

$$E\left[D_i \mathbf{1}\{\mathrm{VaR} = q\}\right] = p_i \sum_{k=0}^{K} w_{ik} C^{(\mathrm{VaR}_q - v_i)} \partial_{u_k} M_{\underline{S}}(\underline{u} = P(\underline{z})) .$$

(A $C^{(\cdot)}$ operátor egy tetszőleges hatványsort az együtthatóira képez le.)

Azaz, a várható érték számításához a momentum generátorfüggvény alábbiakban megadott u_k (k=0,..,K) szerinti deriváltjaira van szükség.

$$\partial_{u_0} M_{\underline{S}}(\underline{u} = P(\underline{z})) = G_Y(z)$$

$$\partial_{u_k} M_{\underline{S}}(\underline{u} = P(\underline{z})) = G_Y(z)$$

$$\left(-\sum_{r=1}^{K} -a_{kr} \frac{1}{\sigma_r^2} \sigma_r^2\, \beta_k \left(1 + \sigma_r^2 \sum_{q=1}^{K} a_{qr} \ln\left(1 - \beta_q P_q(z)\right) \right)^{-1} \left(1 - \beta_k P_k(z)\right)^{-1} \right)$$

$$= G_Y(z) \sum_{\substack{r=1 \\ a_{kr} \neq 0}}^{K} \exp\left(\ln(a_{kr}\beta_k) - \ln\left(1 + \sigma_r^2 \sum_{q=1}^{K} a_{qr} \ln\left(1 - \beta_q P_q(z)\right) \right) - \ln\left(1 - \beta_k P_k(z)\right) \right).$$

Hasonlóan a generátorfüggvényhez, a deriváltak is hatványsorba írhatók az ott felhasznált műveletekkel. Az expected shortfall, illetve a VaR koherens allokációja ezek után a megfelelő valószínűségek összegzésével számítható.

A szórás allokációját hagyományosan az adott modellben definiált faktorok varianciáival, kovarianciáival írjuk fel. A szórás, és így a kvantilisalapú tőkekövetelmények szórásalapú felbontása azonban könnyen modellfüggetlenné tehető a veszteségeloszlás varianciájának a faktorok empirikus kovarianciamátrixával megadott alakját felhasználva. Az i expozíció szóráshoz való hozzájárulása a variancia expozíció szerinti deriváltjaként számítható (*Tasche* [2000]), ami az empirikus kovarianciamátrix esetén az alábbiak szerint írható fel:

$$\sigma_Y^2 = \sum_{k=1}^{K} \hat{\sigma}_k^2\, EL_k^2 + 2\sum_{k=1}^{K}\sum_{m=1}^{k-1} \mathrm{Cov}(S_k, S_m)\, EL_k EL_m + \sum_{i=1}^{N} v_i\, p_i^2 ,$$

ahol $EL_k = \sum_{i=1}^{N} w_{ik} p_i v_i$.

$$\rho_i(\sigma_Y) = \frac{v_i}{2\sigma_Y} \partial_{v_i} \sigma_Y^2 =$$

$$= \frac{v_i p_i}{\sigma_Y} \left[v_i + \sum_{k=1}^{K} w_{ik} \hat{\sigma}_k^2 EL_k + \sum_{k=1}^{K}\sum_{m=1}^{n-1} \mathrm{Cov}(S_k, S_m)\, \left(w_{im} EL_k + w_{ik} EL_m \right) \right].$$

A modellfüggő allokációk az empirikus kovarianciamátrixnak a faktorok adott modellel reprodukált kovarianciamátrixával való helyettesítésével adódnak. A kétfajta allokáció eredményének eltérése felhasználható a modellek benchmarkolásához.

2.4. Paraméterezés

A modell paraméterezése a látens változók varianciái és súlyai (σ_r^2, a_{kr}, k =1,...,K, r =1,...,k) optimális értékének meghatározását jelenti. Mivel az optimális értékek definíció szerint minimalizálják az empirikus kovarianciamátrix (COV) és annak modellbeli reprezentációja (COV) egy választott ρ metrikáját, a paraméterezés egy nemlineáris optimalizálási feladatra vezet. A paraméterezés testre szabásához bevezethető a portfólió egy választott additív jellemzőjének (pl. várható veszteség) faktorok közti megoszlását tartalmazó (**D**=diag(d_k) , k=1..K) súlymátrix, amivel a minimalizálási feladat a következőképp formalizálható:

$$\min_{\underline{\sigma},\mathbf{A}}\left(\rho\left(\mathbf{D}\,\mathbf{COV}\,\mathbf{D},\mathbf{D}\,\mathbf{COV}\left(\underline{\sigma},\mathbf{A}\right)\mathbf{D}\right)\right),\quad \text{ahol}\ \ \underline{\sigma}=(\sigma_1,\ldots,\sigma_K),\ \ A=\left[a_{kr}\right]_{k=1..K,r=1..k}$$

$$\sigma_r^2\geq 0,\ \ a_{kr}\geq 0,\ \ D^2[S_k]=\hat{\sigma}_k^2\qquad (1\leq k\leq K,\ 1\leq r\leq k)$$

Megjegyzések: A varianciák egyezőségének feltétele adott esetben elhagyható.
Az $a_{kr}\geq 0$ feltétel a kockázati hozzájárulások számítása miatt szükséges.
Az eloszlás legenerálható a $D^2[S_k]\geq 0$ (k=1,...,K) feltétellel kapott paraméterekkel is.

2.5. Általánosított generátorfüggvény

A felírt generátorfüggvényt tekintve, problémát jelent, ha a paraméterezés eredményeként valamely k-ra β_k =0 adódik. Amennyiben minden k∈[1, K]-ra β_k=0-t kapunk, az expozíciósspecifikus kockázattól (S_0) eltekintve, a generátor függvény $G_Y(z)\equiv 1$ –re redukálódik, ami nyilván nem plauzibilis eredmény.

A probléma áthidalásához vegyük észre, hogy rögzített β_k/a_{kr} mellett $\lim\limits_{\beta_k\to 0} a_{kr}\ln\left(1-\beta_k P_k(z)\right)=-P_k(z)$, ami az alábbi általánosított generátorfüggvényhez vezet:

$$G_Y(z)=\exp\left(P_0(z)-\sum_{r=1}^{K}\frac{1}{\sigma_r^2}\ln\left(1+\sigma_r^2\left(\sum_{\substack{k=1\\ \beta_k\neq 0}}^{K}a_{kr}\ln\left(1-\beta_k P_k(z)\right)-\sum_{\substack{k=1\\ \beta_k=0}}^{K}P_k(z)\right)\right)\right)$$

A határátmenettel az adott faktor praktikusan degenerált eloszlású lesz, ami a $w_{ik}\in\{0,1\}$ (i=1..N, k=0..K) esetben a faktortól függő kitettségek függetlenségével egyenértékű (vö. expozícióspecifikus kockázatok reprezentálása egyetlen konstans faktorral).

3. Empirikus eredmények

A számításokhoz használt tesztportfólió 5000 expozíciót tartalmaz, egyenletesen elosztva öt szektor (faktor) között ($w_{ik} \in \{0,1\}$). Az expozíciók mérete az első három szektorban 1, a negyedikben és az ötödikben pedig 3 egységnyi. A kitettségek default valószínűség szerinti megoszlása minden szektorban azonos.

1. táblázat

A tesztportfólió expozícióinak megoszlása szektorok, expozíció méret és default valószínűségek szerint

Szektor	Expozícióméret	Default valószínűség		
		1%	2%	3%
1, 2, 3	1	250	500	250
4, 5	3	250	500	250

2. táblázat

A faktorok empirikus korrelációs mátrixa és varianciái

Faktor	1	2	3	4	5	Variancia
1	1,0	0,1	0,1	0,1	0,2	0,3
2	0,1	1,0	0,1	0,1	0,2	0,3
3	0,1	0,1	1,0	0,1	0,2	0,3
4	0,1	0,1	0,1	1,0	0,2	0,4
5	0,2	0,2	0,2	0,2	1,0	0,4

Az 1-es metrikával, **D**=diag(1) vel és a varianciák egyezőségének feltételével specifikált paraméterezési feladat megoldásával pontosan reprodukálható az empirikus kovarianciamátrix (*3.* és *4. táblázat*).

3. táblázat

A paraméterezési feladat megoldása

Faktor	Látens változók súlyai				
	1	2	3	4	5
1	38,801				
2	5,615	45,805			
3	3,787	2,970	27,842		
4	6,308	4,961	4,223	34,440	
5	25,783	20,246	17,271	11,162	27,658
Varianciák	0,274	0,349	0,410	0,776	4,608

4. táblázat

A faktorok illesztett korrelációs mátrixa

Faktor	1	2	3	4	5
1	1,000	0,100	0,100	0,100	0,200
2	0,100	1,000	0,100	0,100	0,200
3	0,100	0,100	1,000	0,100	0,200
4	0,100	0,100	0,100	1,000	0,200
5	0,200	0,200	0,200	0,200	1,000

A lépcsős modell valamennyi modellnél vastagabb farkú eloszlást eredményez a faktorok heterogén kovarianciamátrixának pontos reprodukálása miatt (*5. táblázat*). A Compound gamma modell 1 faktoros modellnél alacsonyabb kvantiliseit a diverzifikáltabb modellbeli faktorstruktúra magyarázza.

5. táblázat

A különböző modellekkel generált eloszlások jellemzői a portfólióméret százalékában

	Szórás	VaR						ES (99,9%)
		95%	99%	99,5%	99,9%	99,95%	99,99%	
Standard CR+	**0,67%**	**3,23%**	**3,93%**	**4,22%**	**4,84%**	**5,11%**	**5,70%**	**5,21%**
1 faktoros CR+	**0,79%**	**3,44%**	**4,27%**	**4,59%**	**5,30%**	**5,60%**	**6,27%**	**5,72%**
Compound gamma	**0,79%**	**3,44%**	**4,26%**	**4,58%**	**5,28%**	**5,57%**	**6,22%**	**5,69%**
Lépcsős modell	**0,79%**	**3,46%**	**4,44%**	**4,89%**	**5,96%**	**6,44%**	**7,61%**	**6,66%**

A kovarianciamátrix reprodukálásának pontossága a kockázati mértékek allokációjára is hatással van (*6. táblázat*). Az 1 faktoros modellben a szektorokra allokált kockázatok csak az expozíciók méretei miatt különböznek. A compound gamma modellben a faktorok eltérő varianciái is befolyásolják az allokációt, de a kovarianciák különbözősége csak a lépcsős modellben jut szerephez. A szórás korábban megadott modellfüggetlen felbontása nyilvánvalóan nem függ a kovarianciamátrix illesztési hibájától, így az tekinthető benchmarknak. A lépcsős modell az alacsony illesztési hiba eredményeként ezzel megegyező szórásfelbontást eredményez.

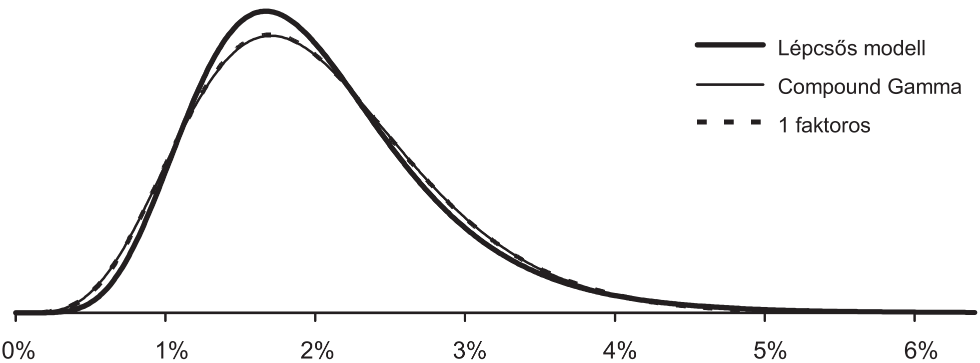
6. táblázat

Kockázatok allokációja

Szektor	VaR(99,9%)			ES(99,9%)			Szórás			
	1 faktoros CR+	Compound gamma	Lépcsős modell	1 faktoros CR+	Compound gamma	Lépcsős modell	1 faktoros CR+	Compound gamma	Lépcsős modell	Modell-független
1	5,69%	7,27%	4,94%	10,76%	7,01%	4,36%	10,58%	6,45%	5,71%	5,71%
2	5,69%	7,27%	4,94%	10,76%	7,01%	4,36%	10,58%	6,45%	5,71%	5,71%
3	5,69%	7,27%	4,94%	10,76%	7,01%	4,36%	10,58%	6,45%	5,71%	5,71%
4	41,46%	39,09%	29,27%	33,86%	39,48%	25,30%	34,12%	40,32%	40,20%	40,20%
5	41,46%	39,09%	55,90%	33,86%	39,48%	61,61%	34,12%	40,32%	42,67%	42,67%
Összes	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

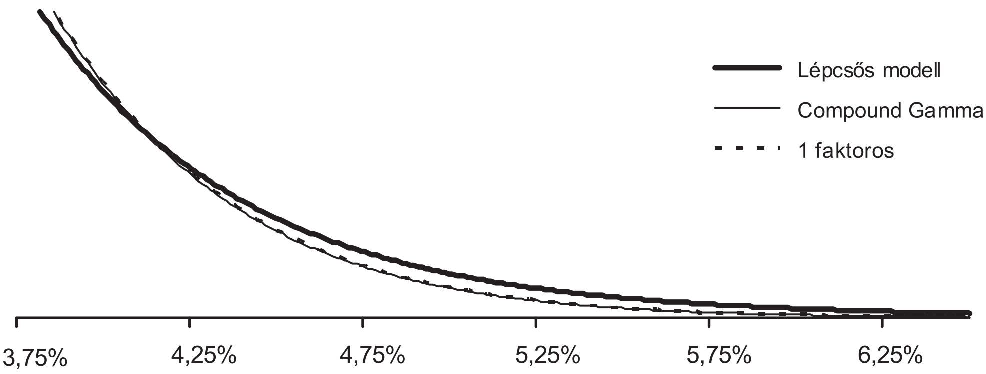
1. ábra

Generált eloszlások



2. ábra

…és farkaik



4. Összegzés

A cikkben bemutatott lépcsős CreditRisk+ modell Giese [2003] compound gamma modelljének vektorváltozós általánosítása, amelyben a k-adik faktort a vektorváltozó első k komponensétől függő, sztochasztikus alakparaméterű változóként írjuk fel. A konstrukció rugalmasan illeszthető kovarianciastruktúrát eredményez, amivel a faktorok empirikus kovarianciamátrixa alacsonyabb illesztési hibával reprodukálható, mint a kötöttebb modellekben. Ennek eredményeként a tőkekövetelményként használatos kockázati mértékek pontosabban becsülhetők, és kiküszöbölhető a kockázati mértékek allokációjának 1 faktoros és compound gamma modellben tapasztalható inkonzisztenciája.

Irodalomjegyzék

Bürgisser, P.–Kurth, A.–Wagner, A.–Wolf M. [1999]: Integrating correlations. *Risk* Vol. 12, No. 7 (July 1999), 57–60 o.

Credit Suisse First Boston [1997]: Credit Risk+, A Credit Risk Management Framework, http://www.defaultrisk.com/pp_model_21.htm

Giese, G. [2003]: Enhancing CreditRisk+, RISK, Vol. 16, No. 4 (April 2003), 73–77. o.

Giese, G. [2004]: Dependent Risk Factors, CreditRisk+ in the Banking Industry. Springer, Berlin, 152–165. o.

Kurth, A.–Tasche, D. [2002]: Credit Risk Contributions to Value-at-Risk and Expected Shortfall, *Risk*, Vol. 16, No. 3. (March 2003), 84–88. o.

Tasche, D. [2000]: Risk contributions and performance measurement. Working paper, http://www-m4.ma.tum.de/pers/tasche/