Kovács Erzsébet

A kockázat mint látens fogalom[1]

A kockázat statisztikai értelemben közvetlenül nem mérhető, azaz látens fogalom éppen úgy, mint a gazdasági fejlettség, a szervezettség vagy az intelligencia. Mi bennünk a közös? A kockázat is komplex fogalom, több mérhető tényezőt foglal magában, és bár sok tényezőjét mérjük, fel sem tételezzük, hogy pontos eredményt kapunk. Ebben a megközelítésben az elemző kezdettől fogva tudja, hogy hiányos az ismerete. Ezt *Bélyácz* [2011[nyomán úgy is megfogalmazhatjuk: *„A statisztikusok tudják, hogy valamit éppen nem tudnak."*

Ha rákeresünk a kockázat fogalmára, akkor 67 900 találatunk lesz 20 másodperc alatt. Itt minden pénzügyi, gazdasági szakember megtalálja a maga számára releváns definíciót, ami legalább a következő három szót tartalmazza: *„kedvezőtlen esemény lehetősége"*. A bizonytalanság még tágabb, vitatottabb fogalom, hisz erre 2,11 millió találat adódik a keresőben.

Száz [2011] is megkülönbözteti az ismeret hiányából fakadó bizonytalanságot attól, ami egy statisztikai elemzés sajátja. Ha múltbeli adatokból becsült paramétereket használunk, hogy egy statisztikai modellel információt nyerjünk a jövőre nézve, akkor tisztában kell lennünk azzal, hogy a modell kiválasztásával, az időtáv megállapításával mi magunk viszünk bizonytalanságot az eredménybe.

Medvegyev [2011] szerint *„Bizonytalanságról akkor beszélünk, ha statisztikai eszközökkel nem tárhatók fel a döntési paraméterek. (...) [ha] a statisztikai eszközeit használjuk, akkor kockázatról beszélünk."*[2] Egyetértek a szerző azon állításával, hogy *„A tudomány csak képe a valóságnak, és nem maga a valóság."*[3]

Egy statisztikus tudja, hogy az adatok legtökéletesebb összegyűjtése és a számítások legpontosabb elvégzése mellett sem kap biztos eredményt, minden modellben marad bizonytalanság. Ennek tudatában írta *Box*[4] az egyik leggyakrabban idézett mondatát: *„Essentially, all models are wrong, but some are useful."*

Bár nagy a kísértés, hogy én is hozzájáruljak e fogalmak értelmezéséhez, inkább más oldalról közelítem meg a témát. Az adatelemzés egyik első kérdése az, hogy felhasználhatók-e az adatok a bizonytalanság csökkentésére, a valószínűség becslésére.

1 Tiszteletre méltó vállalkozás, hogy a *Hitelintézeti Szemle* különszámot szán a kockázat, bizonytalanság és valószínűség fogalmak megvitatására. *Bélyácz Iván* már második cikkében foglalkozik a kockázat, bizonytalanság és valószínűség hármasságával. *Medvegyev Péter* és *Száz János* kapcsolódó írásai újabb elgondolkodtató felvetéseket, szempontokat fogalmaztak meg. Én, mint aktuárius, aki statisztikai szemlélettel közelíti a témakört, szintén megpróbálom rendezni gondolataimat ebben az írásban.

2 Medvegyev [2011], 318. o.

3 Medvegyev [2011], 314. o.

4 „Alapvetően minden modell rossz, de némelyikük hasznos." In: Box–Draper [1987], 424. o.

1. A mérés statisztikai értelmezése

A mérés, mérhetőség fogalma ott rejtőzik a kockázat–bizonytalanság–valószínűség vita hátterében, és összekapcsolható az objektív/szubjektív valószínűség kettősével.

A pénzügyekben a kockázat mérése két okból is bonyolult: egyrészt jelen vannak szubjektív kockázati elemek, amelyek nyomán véletlen vagy szándékos befolyásolás, tévedés fordul elő a döntés során. Másrészt a kockázat fogalma objektíven sem ragadható meg, hiszen közvetlenül nem mérhető. Olyan ez, mint a „beteg” állapot, ahol mérhetjük a lázat, a vérnyomást, a vérkép összetevőit stb., de egyik értéket sem azonosíthatjuk közvetlenül azzal, hogy valaki beteg. Mégis, ha sokszor mérünk magas értéket, és ez együtt jár a beteg állapottal, akkor arra következtetünk, hogy a mért érték és az állapot között szisztematikus kapcsolat van.

A statisztika az adott szakma képviselőitől várja a mérés tárgyának a meghatározását. Az első lépés tehát az, hogy felismerjük, melyik az a fogalom vagy elméleti változó, amelyet közvetlenül mérni tudunk, és melyik az, amelyik csak közvetve mérhető. A kockázat a második csoportba tartozik, hiszen a „kedvezőtlen esemény lehetősége” minden szavában további meghatározásra szorul. Amikor a varianciát tekintjük a kockázat mértékének, akkor épp úgy járunk el, mint amikor az egy főre jutó GDP nagyságát használjuk a gazdasági fejlettség proxyjaként. Ez is közvetett mérés, vitatják is sokan[5], hogy több dimenziót érdemes/kell figyelembe venni.

Természetesen lehet a pénzügyesek között szakmai megegyezés arról, hogy ha egyetlen dimenzióban ragadjuk meg a fogalmat, akkor a szórásnégyzet kielégítően méri a kockázatot. De akkor is fel kell tenni a következő kérdéseket:

- Mit is mérünk, milyen (eloszlású) adatokból számoljuk a varianciát?
- Keresztmetszeti vagy hosszmetszeti adatokat veszünk figyelembe?
- Homogén adatokat gyűjtöttünk-e össze, vagy több almintánk van?

A klasszikus méréselmélet[6] szerint minden megfigyelt adat két hatás eredője: az igazi érték és a mérés hibája, a véletlen hiba rakódik egymásra. A mérés megbízhatóságát[7] az igazi és a megfigyelt szórásnégyzetek aránya fejezi ki. Eredményül egyet kapunk, ha a mérés nem tartalmaz hibát. Mivel az igazi variancia a pénzügyben is ritkán ismert, a megbízhatósági együtthatót csak becsülni tudjuk. Ehhez az kell, hogy legalább két mérésünk legyen ugyanarról a dologról. Itt újabb kérdés merül fel: mit tekinthetünk „ugyanannak”? Egy másik időpontban mért értéket? Egy másik tőzsdén, egy másik országban mért értéket? Ha ezt megválaszoltuk, és feltételezhetjük, hogy a két mérésben a hiba szórásnégyzete azonos, akkor párhuzamos mérésünk van, és a köztük levő korreláció négyzetével becsüljük a megbízhatóságot.

A statisztika tehát kínál eszközt arra, hogy meggyőződjünk a mért érték megbízhatóságáról, és ehhez egyetlen – bár nagyon szigorú – előfeltételként a valódi érték ismeretét várja

5 Elég talán a 2009-es *Stiglitz*-jelentésre utalni, amely a gazdasági teljesítmény új mérésére tesz javaslatot. A jelentés itt olvasható: www.stiglitz-sen-fitoussi.fr

6 Ez a szemlélet kizárja, hogy a mérés során szisztematikus hiba lépjen fel.

7 A bizonytalan és biztos adatok jellemzéséről részletesebben ír Füstös–Kovács [1989].

el. De a kockázat esetében ez nem teljesül! Úgy jártunk, mint *Gosset*, aki *Student*[8] álnéven írta meg 1908-ban az eredményeit. Gosset Dublinban egy sörfőzdében dolgozva, nap mint nap feljegyezte mérései eredményét, és csak azért nem tudta normális eloszlással tesztelni a kapott átlagokat, mert nem ismerte a sörre jellemző, elméleti szórást. Ezért dolgozta ki a t-eloszlást, amelyben becsült szórás használható, és az eloszlás szabadsági foka a megfigyelések számától függ.

Nem állítom, hogy a piaci opciók és más piaci származtatott termékek a sörrel azonos módon vizsgálhatók, de annyi párhuzam talán adódik, hogy ha nem tudunk az eredeti úton haladni és az előző kérdésekre válaszolni, akkor keressünk egy olyan utat, amelyik párhuzamosan halad az eredetivel. Az aktuáriusok számára ezt az utat a bayesi megbízhatósági elmélet, a bayesi becslés jelenti, amelyet elsősorban a díjkalkulációban használnak.

Mivel a pénzügyekben és a biztosításban – de említhetjük a gazdasági élet más területeit is – számos olyan döntési helyzet adódik, amelyben számolnunk kell a váratlan bekövetkezések kockázatával, érdemes egymás módszertanát megfigyelni, esetleg átvenni.

2. A bayesi becslés[9]

A bayesi becslés a klasszikus – gyakoriságokon alapuló – becslés alternatívája, mert a statisztikai szemlélet két nagy iskolára bontható: van frekventista és van bayesi statisztika. A különbség oly jelentős, hogy egyes szerzők (pl. *Herzog* [1994]) statisztikai paradigmáknak tekintik a két megközelítést.

A frekventista statisztika számára az esemény valószínűsége a megfigyelésekből számított, relatív gyakoriságon alapul, és más, külső információt nem használ fel. Ebben a paradigmában olyan kulcsfogalmakat találunk, mint a becslés bizonytalanságát mérő konfidenciaintervallum, a statisztikai hipotézisek vizsgálata, a torzítatlan becslés vagy a *Neyman–Pearson*-lemma.

Az adatokra alapozott elemzés során a bizonytalanság csökkenthető, ha növeljük a megfigyelések számát. A kellő pontosság eléréséhez szükséges mintanagyságot is megadhatjuk képlettel, ha bizonyos előfeltevések teljesülnek. De itt is kiemelem, hogy egy frekventista kiindulópontja az *adat*. A pénzügyi szakembernek kell eldöntenie, hogy a statisztikai szemlélet megfelelő-e, teljes-e a piac, fennáll-e a replikálhatóság; hogy milyen kötvényre és milyen kamatláb mellett számítunk hozamot és kockázatot.

A statisztikában általában nem egyedi képet akarunk rekonstruálni.[10] A nagy számok törvénye is azt támasztja alá, hogy számos megfigyelésből központi jellemzőt keresünk, és a mintából a sokasági jellemzőre következtetünk. Nem biztos, hogy a pénzügyi matematika problémáira ez a szemlélet ad adekvát választ.

8 *William Sealy Gosset* az üzleti titok védelmében *Student* álnéven tette közzé a t-eloszlást, amelyet *Fisher* 1924-ben a szerző tiszteletére Student-eloszlásnak nevezett el.

9 *Thomas Bayes* (1702–1761) anglikán pap a matematikai statisztika úttörőjének tekinthető. Feljegyzéseit csak halála után, 1763-ban publikálták. Tudományos eredményeit – a feltételes valószínűségekre építő Bayes-tételt és a becslések előállítására szolgáló Bayes-módszert – a 20. századi tudományos kutatások elevenítették fel. A biztosításmatematikában már a 20. század eleje óta alkalmazzák a Bayes-módszert a díjkalkulációban, így számolják ki a megbízhatósági (credibility) díjat.

10 Kivétel az, ha egy-egy hiányzó adatot becslünk a többi megfigyelt érték alapján.

A bayesi paradigma felhasználja a szubjektív valószínűséget is, mintán kívüli információt is beépít a modellbe, és feltételes valószínűséggel számol. Ezt az utat követve, megbízhatóbb becslést remélünk, mert a várható kockázat elemzése során két forrást együtt veszünk:

1. az adott kockázatról rendelkezésre álló, múltbeli adatokat mint közvetlen tapasztalatot, és a mintát felhasználó likelihoodot, valamint
2. a más forrásból származó, de a kockázat alakulása szempontjából fontos információkat hordozó adatokat, mint közvetett tapasztalatot, vagy elméleti tudást, azaz priort.

A bayesi becslés lényege, hogy a becsülni kívánt θ sokasági jellemzőt nem paraméternek, hanem valószínűségi változónak tekintjük, ezért sűrűségfüggvénye is van.

- Az $f(\theta)$-t a priori sűrűségfüggvénynek (röviden priornak) nevezzük.
- A mintából rendelkezésre álló információt a likelihood függvénybe sűrítjük, amely az ismeretlen jellemző mint feltétel melletti sűrűségfüggvény az adott $(\underline{x})$ minta mellett: $L(\underline{x},\theta)=f(\underline{x}|\theta)$.
- Az $f(\underline{x})$ a konkrét minta sűrűségfüggvénye, s mint ilyen, értéke konstans.

A szubjektív információn alapuló prior és a mintát felhasználó likelihood együttes figyelembe vételével – ezek szorzataként – határozzuk meg a feltételes eloszlás alakját (a posteriori sűrűségfüggvényt) és a feltételes várható értéket.

Az „a posteriori” sűrűségfüggvény (röviden posterior) a Bayes-tétel alapján:

$$f(\theta|\underline{x})=\frac{f(\underline{x}|\theta)\cdot f(\theta)}{f(\underline{x})}$$

Mivel a nevező konstans, a posterior arányos[11] a számlálóban szereplő szorzattal:

$$f(\theta|\underline{x}) \propto f(\underline{x}|\theta) \cdot f(\theta) \text{ vagy } f(\theta|\underline{x}) \propto L(\underline{x},\theta) \propto f(\theta).$$

E két alakban felírt arány a bayesi becsléselmélet alapegyenlete.

Vizsgáljuk meg, milyen a jó prior, azaz – Száz [2011] nyomán – milyen relatív súlyokat használjunk!

- Ha egyenletes eloszlást tételezünk fel, akkor a θ paraméter minden lehetséges értéke egyformán valószínű, azaz lényegében nincs előzetes információnk. Ekkor a posterior megegyezik a megfigyelésekből származó információval, a likelihooddal.
- Ha nagy szórású prior eloszlást választunk, akkor kisebb egy-egy érték valószínűsége, ez nagy bizonytalanságra utal, így kis hatása lesz a posteriorra.
- Ha kis szórású a prior, akkor ez nagy bizonyosságra utal, erősen hat a posteriorra.

A bayesi becslés gyakorlati alkalmazásakor a populációból n elemű véletlen mintát veszünk, és a bekövetkezések várható számát vagy nagyságát elemezzük. A biztosításban várható kárszámot és kárnagyságot is becslünk Bayes módszerével.

11 Arányos, de nem egyenlő!

Az $f(\theta|\underline{x})$ posterior segítségével felírható a posterior átlag, $E(\theta|\underline{x})$ mint feltételes várható érték. Ez a megbízhatósági becslés a mintabeli vagy múltbeli átlag (X) és a kiegészítő információból becsült hatás (μ) súlyozott átlaga, ahol a súlytényező (z) nulla és egy között van:[12]

$$E(\theta|\underline{x}) = z \cdot \overline{X} + (1 - z)\mu .$$

Ez a konvex lineáris kombináció azt eredményezi, hogy a kapott érték a mintából számolt és a szakmai tudásunk alapján várt érték között lesz.

A megbízhatósági tényező (z) meghatározásához két út vezet:

a) a bekövetkezések számára, illetve mértékére feltételes eloszlásokat illesztő, elméleti bayesi megközelítés, vagy
b) a megfigyelt adatokból becsléseket készítő, empirikus bayesi megbízhatósági modell.

2.1. Diszkrét és folytonos változók

Elméleti modellt illeszthetünk diszkrét és folytonos változóra is. Vannak olyan eloszláspárok, ún. természetes priorok, amelyek a kombináció után is a feltételezett eloszlást követik, csak a paramétereik változnak meg a mintabeli információ hatására.

2.1.1. Diszkrét eset

Diszkrét esetben például azzal a feltételezéssel élünk, hogy a bekövetkezések száma Poisson-eloszlást követ, és ebben a λ paraméter gamma-eloszlású (ez a prior).

Ezt az indokolhatja, hogy a korábbi évek tapasztalata alapján a Poisson-eloszlás feltevése indokolt, de a megfigyelt adatok nagyon ingadoznak. Ezért az eloszlás paraméterének értékét nem rögzítjük, hanem bayesi becsléssel határozzuk meg, azt feltételezve, hogy ez is egy gamma-elosztást követ.

Ekkor az a priori sűrűségfüggvényt α és β paraméterekkel írjuk fel, a posterior pedig $(\alpha+\sum x_i)$ és $(\beta+n)$ paraméterű gamma-eloszlást ad, azaz magában foglalja az előzetes elméleti feltevés mellett a mintabeli információt is.

De melyiket milyen súllyal vesszük figyelembe, azaz mekkora a megbízhatósági tényező? Példánkban z értékét $n/(n+\beta)$ adja meg, azaz a megfigyelések száma és a gamma-eloszlás második paramétere határozza meg a megbízhatósági tényező értékét. Mivel $\beta>0$ mindig fennáll, a $0\leq z \leq 1$ is teljesül. A megfigyelések számának növekedésével z értéke nő, vagyis a mintából származó információ iránti bizalmunk is nagyobb lesz.

2.1.2. Folytonos eloszlás

Folytonos eloszlást is becsülhetünk bayesi becsléssel. Ekkor feltételezhetjük, hogy a valószínűségi változónk (θ várható értékű és σ_1 szórású) normális eloszlást követ, és az átlaga szintén normális eloszlású (μ és σ_2 paraméterekkel). A feltételes várható érték is felírható, és a bayesi becslés egyenletéből a megbízhatósági együttható értéke leolvasható:

12 Egyes szerzők a z=1 esetet teljes megbízhatóságnak, a z<1 esetet részleges megbízhatóságnak nevezik. A bayesi becslés tehát z=1 esetén a frekventista szemléletű eredményt adja.

$$z = \frac{n\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + n\sigma_2^2} = \frac{n}{n + \sigma_1^2 / \sigma_2^2}.$$

A megbízhatósági faktor *(z)* jellemzői:

- a mintaelemszám növekvő függvénye,
- csökken, ha a mintabeli szórás (σ_1) nő,
- nő, ha a σ_2 növekedik, vagyis ha pontatlanabb a prior, hiszen ekkor jobban támaszkodunk a mintából becsült átlagra.

2.2. Empirikus bayesi modellek

Előfordul, hogy a prior alakjáról nincs megbízható információnk, mégis szeretnénk az ($\underline{X}$=X_1, X_2, …,X_n) megfigyelésekből az X_{n+1} várható nagyságát meghatározni. A megfigyelések vonatkozhatnak különböző országokra, értékpapírokra, de akár – rövidebb – idősorunk is lehet. Ekkor a következő évi adat előrejelzésére is alkalmazhatjuk a bayesi becslést: az idősor hossza lesz az *n* értéke, és hosszabb időszaki megfigyelés birtokában a mintabeli információ nagyobb súlyt kap, azaz nő a megbízhatósági tényező értéke.

Az empirikus bayesi megbízhatósági elmélet alapján számos modell írható fel, de leggyakrabban a normális eloszlás modelljének általánosítását használják.

Ekkor a következő feltevésekkel élünk:

- minden X_j eloszlása a rögzített, de ismeretlen θ paraméter függvénye,
- adott θ mellett az X_j-k függetlenek és azonos eloszlásúak (azaz feltételesen függetlenek),
- az X_j-kre nem szükségszerűen teljesül a feltétel nélküli függetlenség.

A megbízhatósági faktor nagysága itt is függ a minta elemszámától és a θ paraméter várható értékének szórásnégyzetétől. A *z* tényező értéke nő, ha

a) *n* nő, azaz ha nagyobb a minta, vagy ha több évre vannak megfigyeléseink, jobban figyelembe vesszük az *X*-ot;
b) ha nagyon változékony a θ átlaga, a külső információ kevésbé stabil;
c) ha a megfigyelések átlagos ingadozása kisebb.

3. A kockázatelbírálás módszertana

Induljunk ki a Száz János [2011] cikkében feltett kérdéséből, azaz *„mit lehet abból kiolvasni, hogy ezer forintba kerül az a biztosítás, amelyik 1 millió forintot fizet abban az esetben, ha lezuhan a gépünk? (És most tekintsünk el a biztosító működési költségeitől, ilyen értelemben legyen ez egy „nettó” ezer forint). Ez azt jelenti, hogy 1 ezrelék a valószínűsége, hogy lezuhan a gépünk?!”*[13]

13 Száz [2011], 341. o.

Ez a kérdés a kockázatelbírálás témakörébe tartozik, és ezen belül valóban az események gyakorisága és a kockázat súlyossága alapján születik döntés. De érdemes pontosítani is a feltett kérdést. Egy repülőútra utasbiztosítás köthető, és ez több kockázat együttes fedezését célozza, nem azonos egy életbiztosítással. Miért? Mert más az időtáv. Életbiztosítás esetén, legyen az tartam alatti halál esetére vagy egy megjelölt életkor elérésére szóló szerződés, mindig hosszabb (5–25 éves) időtávot tételezünk fel. Tehát nem egy hirtelen bekövetkező esemény ellen kötünk biztosítást. Továbbá, az életbiztosítási kockázatelbírálás része az egészségügyi állapot felmérése, és a biztosítási díj meghatározásakor figyelembe vesszük az állapotfelmérés eredményét, valamint a biztosított életkorát. Ezek olyan információk, amelyeknek az alapján viszonylag *homogén* kockázatközösséget képezhetünk. Egy ilyen közösségen belül a halálozási kockázat[14] lassan változik, és az életkörülmények javulása, az egészségügyi ellátás fejlődése miatt a változás iránya is ismert. Az életmóddal, szokásokkal kapcsolatos kérdésekkel pedig az általános tendenciától eltérő, egyéni sajátosságokra is fény derül.

Az utasbiztosítást a biztosítás másik ágába, a nem-élet ágba soroljuk, és itt még határozottabban támaszkodunk a statisztikai módszertanra, mert a biztosító állománya hatalmas lehet. Ebben az üzletágban a szerződések *heterogenitása* is nehezíti a statisztikai elemzést. Ezért a megfigyelések osztályozása is elengedhetetlen. A nem-élet kockázat tanulmányozása általában egy időegységre[15] korlátozódik. Bár az anyacégtől származó vagy a saját korábbi tapasztalatok jó alapot adnak a díjkalkulációra, például a bayesi megbízhatósági díj megállapítására.

A biztosításban a kockázati mátrix[16] figyelembe veszi mind a káresemény gyakoriságát, mind a kár nagyságát *(1. ábra).*

Az 1. típusú esemény kezelésére a biztosítás javasolható, mert bár kicsi a bekövetkezés valószínűsége, de akkor jelentős anyagi kárt okoz. Ide tartozik Száz János példája nyomán az utasbiztosítás is. Hasonlóan minősítjük a 3. eseményt, amelyik csekély valószínűségű, de hatalmas veszteséggel járhat. Itt a kockázattranszfer, azaz a biztosítás megkötése indokolt.

A 2. eseményt érdemes elkerülni, erre nagyon drága lenne a biztosítási védelem. Ilyen nagy valószínűséggel várható, súlyos következmények mellett nem szabad az adott tevékenységbe belekezdeni. Ha a következmény a megfelelő kockázatkezeléssel csökkenthető, akkor erre érdemes költeni, és saját megtartásban lehet kezelni ezt a kockázatot.

A 4. eseménycsalád is saját megtartást igényel. Minden üzleti tevékenységben előfordulnak kis gyakoriságú és kis következményű kockázatok. Ilyen helyzetekre is szól a tanács: *„Ne tarts minden tojást egy kosárban."*

14 A halálozási valószínűség nagyon régóta foglalkoztatja a tudósokat, akik szinte a szerencsejátékokkal egy időben kezdtek ezzel foglalkozni. *Halley*, aki a róla elnevezett üstököst felfedezte, bányászok halálozását regisztrálta. *Gauss* – akinek a normális eloszlás táblázatba foglalását köszönhetjük – a göttingeni egyetemen készített halandósági táblát.

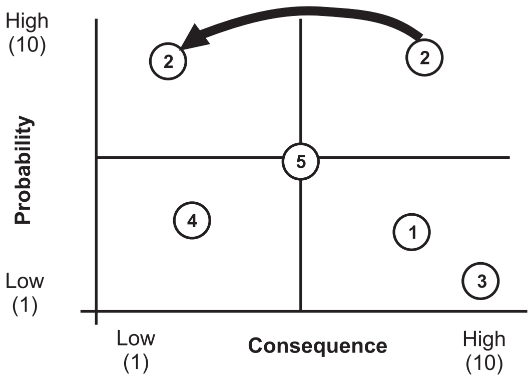
15 A biztosítónak lehetősége, sőt kötelessége évről évre elemezni az állományát. A díjkalkulációban érvényesítheti, ha a kockázati kitettségben változást tapasztal. Nem jellemző olyan összefüggés, mint amiről Dömötör [2011] ír, hogy a pénzügyi szereplők szerint hosszabb távra az idő négyzetgyökénél nagyobb ütemben növekszik a bizonytalanság (vö. Dömötör i. m. 367. o.)

16 Kockázati mátrixot több bontásban is használunk, itt a legegyszerűbb, 2 x 2-es méretűt mutatom be. A letöltés helye: http://www.joe.org/joe/2006april/tt1.php.

Az 5. esemény is gondos kockázatkezelést igényel. Elemezni kell, hogy mit tehetünk; vagy a következményeket, vagy a valószínűséget, esetleg mindkettőt érdemes csökkenteni.

1. ábra

Kockázati mátrix



A kockázatelemzéssel tehát szűkítjük a kört, és a mátrix ismeretében behatároljuk, hogy mit tekintünk biztosítható kockázatnak.[17] A statisztikai módszereket csak erre a szeletre alkalmazzuk.

A következmény lehet természetesen „óriási" akkor is, ha nagyon csekély valószínűségű esemény következik be. Ilyen például a World Trade Center ikertornyainak a ledőlése. Ennek az eseménynek nem volt előzetesen kalkulált „valószínűsége", bár némi esélye volt, hogy támadás éri. Ez azonban nem olyan jellegű „meglepetés", mint amilyeneket Medvegyev–Száz [2010] idéz a könyvében a pénzügyi piacokról. A biztosítók az ilyen hatalmas, halmozódó károkra tartalékot képeznek[18], és/vagy viszontbiztosítást kötnek.

A következő tulajdonságok – lehetőleg – egyidejű teljesülése alapján mondjuk, hogy egy káresemény vagy veszteség biztosítható:

- nagyszámú és egymással homogén káralakulás, ahol a veszteség nagysága előre jelezhető;
- ismert vagy becsülhető kárvalószínűségű;
- a biztosításban érdekeltek akaratától független, véletlen kárbekövetkezésű;
- nem a társadalom egészét érintő, katasztrófa méretű veszteség.

A repülőgépen utazás és a lezuhanás kockázata minden szempontból a biztosítható események körébe tartozik. Természetesen az is előfordul, hogy háborús övezet van valahol a világban, ahol lőnek a levegőben szálló gépekre. Ilyenkor a háborús övezetbe való utazás biztosítása ellen kizárással védekeznek a biztosítók.

A biztosítható kockázat szinonimája a veszély (peril) és az eshetőség vagy lehetőség, ami angolul „hazard" (és nem a szintén esélyt jelentő „chance").

17 Sok hasznos fogalmat tartalmaz: http://www.ausriskservices.com.au/risk/about_risk.htm.

18 A káringadozási tartalék egyik speciális fajtája a nagy károk tartaléka. Képzését és feloldását a tartalékrendelet írja elő.

Egy egyedi esetet tekintve, a biztosítható kockázat valószínűségi változó, és nagysága megegyezik a tényleges kár és a bekövetkezés valószínűségének szorzatával. De a valószínűséget nem lehet egy egyénre meghatározni, csak egy kockázatközösségre. Ekkor a várható kockázat megegyezik a várható kár és a bekövetkezés valószínűségének a szorzatával, és az így kapott várható kockázat nagysága határozza meg a nettó díjat. Ez azonban nem elegendő a biztosító kockázatának a fedezésére, mert így hosszú távon biztos lenne a csőd bekövetkezése.[19] Ezért biztonsági pótlékot adunk a nettó díjhoz, és az így kapott kockázati díj lesz a bruttó díj alapja. A bruttó díj már tartalmazza a biztosító különböző költségeit is.

A biztosító a kockázatelbírálás során a következőképpen jár el. Mivel sok olyan ügyfele van, akik egy kockázatközösségbe tartoznak, és több évre vonatkozóan ismerheti a kártörténetüket, alakfelismerő statisztikai modelleket tud alkalmazni, hogy elhatárolja egymástól a jó és rossz kockázatú ügyfeleket.[20] A statisztikai eszköztár széles, és különösen az ún. tanuló algoritmusok alkalmazhatók hatékonyan.

Ezen a ponton utalunk a pénzügyi kockázattal vonható párhuzamokra. Fontos kiemelni, hogy a bankok számára mást jelent és másként merül fel a kockázat, mint a nem pénzügyi területen működő vállalatok életében. A bankok és biztosítók eltérő tevékenysége miatt más az egyes kockázatokban a kitettségük, még akkor is, ha mindkét intézmény szembesül például működési kockázattal.

A hitelkockázat, azaz egy pénzintézetben hitelt felvevő ügyfél kockázata lényegében egy biztosítást kötő egyén kockázatával azonosan elemezhető. Itt is teljesül az, hogy nagyszámú, egymással homogén ügyfél vesz fel ismert nagyságú hitelt, és így a nem törlesztés nagysága is meghatározható. A tapasztalatok alapján becsülhető a nem törlesztés valószínűsége is. Ahol eltérést láthatunk, az a véletlen kárbekövetkezés, hiszen az adós megfontoltan is dönthet úgy, hogy nem képes törleszteni. Katasztrófa méretű veszteség talán még a svájci frankos hitelfelvevők esetében sem fordul elő.

Akár biztosítási, akár banki ügyfelek minősítéséről beszélünk, az ügyfelek előzetes osztályozása a klaszterelemzés számos eljárásával végezhető el. Ez különösen egy új termék/szolgáltatás esetén hasznos az előkészítő szakaszban, amikor még nem ismert a törlesztési viselkedés.

Ha már rendelkezünk információval az ügyfelek viselkedéséről, a károk bekövetkezéséről vagy a törlesztési késedelemről, akkor ezt a tudást felhasználhatjuk a sokváltozós statisztikai módszerek közé tartozó, „tanítóval tanuló" algoritmusokban. Ilyen például a diszkriminanciaelemzés, ahol az előzetesen csoportosított ügyfeleket elhatároló, döntési függvényt keressük. E módszer előnye, hogy kettőnél több csoportot is tud kezelni, tehát a törlesztési késedelem finomabb felosztását is megengedi, és megbecsli az egyes kategóriákba esés valószínűségét. Ha csak két csoportunk van, akkor a csődös – nem csődös kategóriákba esés valószínűségét a bináris logisztikus regresszió módszerével becsülhetjük. Mindkét eljárás eredményeit kiegészíti egy osztályozó mátrix, amelyben a helyesen és tévesen besorolt ügyfelek száma és aránya is helyet kap. Ez egyrészt jelzi a felállított statisztikai

19 A témával és a bizonyítással részletesen foglalkozik Komáromi Éva [2005] könyve.

20 Ez általában nem bináris osztályozást jelent, hiszen például a bonus-malus rendszerek esetenként tíznél több kategóriát is tartalmazhatnak.

modell találati pontosságát, másrészt hozzárendelhető a tévedések nyomán fellépő veszteség nagysága is.

A minta előzetes kettéosztásával még tovább javítható a modellek osztályozó képessége. Az ügyfelek egy meghatározott, pl. 75%-os állományán illesztjük a modellt, becsüljük a paramétereket, majd a maradék 25% adatait felhasználva, teszteljük azt, hogy az ismert és a becsült besorolás mennyire tér el.

4. Összegzés

Minden statisztikai módszer alkalmazásának vannak előfeltételei, és ezek betartása mellett választ kaphatunk az elemzés kezdetén feltett, szakmai kérdésekre. Így a vázolt statisztikai eljárások azonos hatékonysággal használhatók a hitelelbírálás és a biztosítási kockázat elbírálása során.

Az üzleti biztosítás ügyfelei nagyszámú megfigyelésre nyújtanak lehetőséget, épp úgy, mint egy hitelezési adatállomány. Ezekre a megfigyelt gyakoriság alapján – és sok személyes adatot felhasználva – valóban eredményesen becsülhetjük a bekövetkezés valószínűségét. Egy-egy csoport tagjai időről időre változnak, de a homogenitási feltevés miatt egymással helyettesíthetők.

Más a helyzet a nyugdíjrendszerek tagjait vizsgálva. A társadalombiztosításban nincs kockázatelbírálás: mindenki, aki dolgozik, kötelezően tag, és országos méretű kockázatközösség[21] van, ami nem tekinthető statisztikai értelemben homogénnek. Mivel folyó finanszírozási elven működik – és a hiányzó összeget eddig a költségvetés kipótolta –, a nyugdíjrendszerben elsősorban a hosszabbodó várható élettartam (longevity), azaz a nyugdíjkifizetések tartama okoz kiemelt kockázatot. (Erről bővebben ír *Májer–Kovács* [2011]).

A befektetési (értékpapír-vásárlási) döntésekben nem feltétlenül a döntést hozó egyén jellemzői fontosak. Itt másként jelenik meg a homogenitási feltevés, és más értelmű a kockázat, mert elsősorban a befektetés jellege számít.

Jogos Száz János [2011] szándéka, hogy megkülönböztesse a gyakoriságalapú elemzéseket azoktól a területektől, ahol az esélyek és súlyok latolgatására kerül sor.[22]

Elismerve, hogy mindhárom területen a gyakoriságok fontosak – mégis nagyon nehéz a biztosítást, befektetést és nyugdíjrendszert azonos kategóriába sorolni. Valójában itt is többdimenziós osztályozásra lenne szükség, ahol a gyakoriságok alkalmazása jelenti az egyik, nagyon fontos dimenziót.

21 Ebből a szempontból más a helyzete annak a közel 100 ezer embernek, akik nyilatkoztak 2011. januárjában, hogy a II. pillér, a magánnyugdíjpénztárak tagjai akarnak maradni. Egy-egy munkáltatói önkéntes nyugdíjpénztár is homogénebb állománnyal rendelkezhet.

22 Száz [2011], 343. o.

Hivatkozások

Bélyácz Iván [2011]: Kockázat, bizonytalanság, valószínűség. *Hitelintézeti Szemle*, 10. évf. 4. szám, 289–313. o.

Bühlmann, H. [1996]: Mathematical Methods in Risk Theory. Springer (second printing)

Dannenburg D. R.–Kaas, R.–Goovaerts, M. J. [1996]: Practical actuarial credibility models, IAE (Institute of Actuarial Science and Econometrics)

Denuit, M.–Maréchal, X.–Pitrebois, S.–Walhin, J. [2007]: Actuarial Modelling of Claim Counts. Risk Classification, Credibility and Bonus-Malus Systems, New York, Wiley

Dömötör Barbara [2011] A kockázat megjelenése a származtatott pénzügyi termékekben. *Hitelintézeti Szemle*, 10. évf. 4. szám, 360–369. o.

Herzog T. N. [1994]: Introduction to Credibility Theory. Actex Publications, Inc. Winsted

Komáromi Éva [2005]: Kockázat, díj, tartalék. Matematikai módszerek a vagyonbiztosításban. Operációkutatás No. 7. (BCE-jegyzet)

Májer István–Kovács Erzsébet [2011]: Élettartam-kockázat – a nyugdíjrendszerre nehezedő egyik teher. *Statisztikai Szemle*, 89. évf. 7–8. szám

Medvegyev Péter [2011]: Néhány megjegyzés a kockázat, bizonytalanság, valószínűség kérdéséhez. *Hitelintézeti Szemle*, 10. évf. 4. szám, 314–324. o.

Medvegyev Péter–Száz János [2010]: A meglepetések jellege a pénzügyi piacokon. Kockázatok vételre és eladásra). Budapest, Nemzetközi Bankárképző Központ

Száz János [2011]: Valószínűség, esély, relatív súlyok. Opciók és reálopciók. Hitelintézeti Szemle 10. évf. 4. szám, 336–348. o.

Box, George E. P.–Draper, Norman R. [1987). Empirical Model–Building and Response Surfaces. New York, Wiley

Füstös László–Kovács Erzsébet [1989]: A számítógépes adatelemzés statisztikai módszerei. Budapest, Tankönyvkiadó